Introduction to Supersymmetry Lecture IV : Supersymmetry Breaking

Athanasios Dedes

Department of Physics University of Ioannina, Greece

Pre-SUSY 2014 July 15-19, Univ. of Manchester, UK

(日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 (日)

 (日)
 (日)

 (日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

### Outline

#### Bibliography

#### Spontaneous SUSY breaking

General considerations Fayet-Iliopoulos (D-term) SUSY breaking O' Raifeartaigh (F-term) SUSY breaking Goldstino and Gravitino

・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・

#### Mediation of SUSY breaking

Hidden SUSY breaking sector Gravity Mediated SUSY breaking Gauge Mediated SUSY breaking

## Bibliography

🍆 J. Wess and J. Bagger, Supersymmetry and supergravity, [Ch. VIII], Princeton, Univ. Press (1992) 259 p.

#### S. P. Martin,

A Supersymmetry primer, [Ch. 7], hep-ph/9709356, v6 2011.

I use  $g^{\mu\nu} = (1, -1, -1, -1)$ , but otherwise Martin's notation.

・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・

### Outline

#### Bibliography

#### Spontaneous SUSY breaking

#### General considerations

Fayet-Iliopoulos (D-term) SUSY breaking O' Raifeartaigh (F-term) SUSY breaking Goldstino and Gravitino

▲ロト ▲帰ト ▲ヨト ▲ヨト 三回日 のの⊙

#### Mediation of SUSY breaking

Hidden SUSY breaking sector Gravity Mediated SUSY breaking Gauge Mediated SUSY breaking

### Spontaneous SUSY breaking

Taking the trace of  $\{Q_{\alpha}, Q_{\dot{\alpha}}^{\dagger}\} = 2\sigma^{\mu}_{\alpha\dot{\alpha}}P_{\mu}$  (see Lec.1) we obtain:

$$H = rac{1}{4}(Q_1Q_1^{\dagger} + Q_2Q_2^{\dagger} + Q_1^{\dagger}Q_1 + Q_2^{\dagger}Q_2)$$

If SUSY is unbroken in the vacuum state,  $Q_{\alpha}|0\rangle = 0$ ,  $Q_{\alpha}^{\dagger}|0\rangle = 0$ then  $H|0\rangle = 0$  which means that the vacuum has zero energy.

Conversely, if SUSY is spontaneously broken then

$$|Q_lpha|0
angle
eq 0 \ , \qquad Q^\dagger_{\dotlpha}|0
angle
eq 0$$

and therefore

$$\begin{aligned} \langle 0|H|0\rangle &= \frac{1}{4} \left( ||Q_1^{\dagger}|0\rangle||^2 + ||Q_1|0\rangle||^2 + ||Q_2^{\dagger}|0\rangle||^2 + ||Q_2|0\rangle||^2 \right) > 0 \\ &\Rightarrow \langle 0|\mathcal{V}|0\rangle > 0 \end{aligned}$$

### Spontaneous SUSY breaking

But remember:

$$\mathcal{V}(\phi, \phi^*) = \sum_i |F_i|^2 + \frac{1}{2} \sum_a D^{(a)} D^{(a)}$$

so if the system of equations

$$F_i = 0 \quad \text{and} \quad D^{(a)} = 0 \tag{1}$$

▲ロト ▲帰ト ▲ヨト ▲ヨト 三回日 のの⊙

are not satisfied simultaneously by all values of the fields then SUSY is spontaneously broken.

### Spontaneous SUSY breaking

But remember:

$$\mathcal{V}(\phi, \phi^*) = \sum_i |F_i|^2 + \frac{1}{2} \sum_a D^{(a)} D^{(a)}$$

so if the system of equations

$$F_i = 0 \quad \text{and} \quad D^{(a)} = 0 \tag{1}$$

are not satisfied simultaneously by all values of the fields then SUSY is spontaneously broken.

Recall the relations:

$$F_i = -W_i^* , \quad F^{*i} = -W^i , \qquad D^{(\alpha)} = -g(\phi^* T^{(a)} \phi)$$

with

$$W_i^* = \frac{\partial W^*}{\partial \Phi^{*i}} \bigg|_{\Phi=\phi}, \qquad W^i = \frac{\partial W}{\partial \Phi_i} \bigg|_{\Phi=\phi}$$

### Outline

#### Bibliography

#### Spontaneous SUSY breaking

General considerations Fayet-Iliopoulos (D-term) SUSY breaking O' Raifeartaigh (F-term) SUSY breaking

Goldstino and Gravitino

#### Mediation of SUSY breaking

Hidden SUSY breaking sector Gravity Mediated SUSY breaking Gauge Mediated SUSY breaking

▲ロト ▲帰ト ▲ヨト ▲ヨト 三回日 のの⊙

F-I (1974) noticed that a  $[V]_D = D$  is both Supersymmetric and gauge invariant and therefore is allowed for an abelian gauge group. They showed that this term breaks SUSY spontaneously.

F-I (1974) noticed that a  $[V]_D = D$  is both Supersymmetric and gauge invariant and therefore is allowed for an abelian gauge group. They showed that this term breaks SUSY spontaneously.

Consider two chiral superfields,  $\Phi_1$  and  $\Phi_2$ , charged under an abelian group with charges +1 and -1, respectively. Then from eq.(Lec. II - 37) we write the **SuperQED**+FI theory

$$\mathcal{L}_{FI} = \left(\frac{1}{4}[W^{\alpha}W_{\alpha}]_{F} + c.c\right) + \left(\Phi_{1}^{*}e^{2eV}\Phi_{1}\right)_{D} + \left(\Phi_{2}^{*}e^{-2eV}\Phi_{2}\right)_{D}$$

+  $(m\Phi_1\Phi_2 + m\Phi_1^*\Phi_2^*)_F - 2\kappa [V]_D$  (2)

(日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 (日)

 (日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 </p

F-I (1974) noticed that a  $[V]_D = D$  is both Supersymmetric and gauge invariant and therefore is allowed for an abelian gauge group. They showed that this term breaks SUSY spontaneously.

Consider two chiral superfields,  $\Phi_1$  and  $\Phi_2$ , charged under an abelian group with charges +1 and -1, respectively. Then from eq.(Lec. II - 37) we write the **SuperQED**+FI theory

$$\mathcal{L}_{FI} = \left(\frac{1}{4}[W^{\alpha}W_{\alpha}]_{F} + c.c\right) + \left(\Phi_{1}^{*}e^{2eV}\Phi_{1}\right)_{D} + \left(\Phi_{2}^{*}e^{-2eV}\Phi_{2}\right)_{D}$$

+ 
$$(m\Phi_1\Phi_2 + m\Phi_1^*\Phi_2^*)_F - 2\kappa [V]_D$$
 (2)

From eq.(Lec. II - 35, 33,14) we write the  $\mathcal{L}_{FI}$  in components form. The scalar potential is:

$$\mathcal{V}(\phi, \phi^*) = -\frac{1}{2}D^2 - e(|\phi_1|^2 - |\phi_2|^2)D + kD$$
  
+  $|F_1|^2 + |F_2|^2 + (m\phi_2 F_1 + m\phi_1 F_2 + c.c) (3)$ 

Then  $F_{1,2}$  and D obey the e.o.m

$$D - \kappa + e \left( |\phi_1|^2 - |\phi_2|^2 \right) = 0 \tag{4}$$

$$F_1^* + m \,\phi_2 = 0 \tag{5}$$

$$F_2^* + m \phi_1 = 0.$$
 (6)

(日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 (日)

 (日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 </p

 $F_1 = F_2 = 0$  and D = 0 cannot be satisfied simultaneously (because of  $\kappa \neq 0$ ) and therefore SUSY is spontaneously broken.

Then  $F_{1,2}$  and D obey the e.o.m

$$D - \kappa + e \left( |\phi_1|^2 - |\phi_2|^2 \right) = 0$$
 (4)

$$F_1^* + m \,\phi_2 = 0 \tag{5}$$

$$F_2^* + m \phi_1 = 0.$$
 (6)

 $F_1 = F_2 = 0$  and D = 0 cannot be satisfied simultaneously (because of  $\kappa \neq 0$ ) and therefore SUSY is spontaneously broken.

The scalar potential after integrating out F- and D- terms becomes

$$\mathcal{V}(\phi,\phi^*) = m^2 \left( |\phi_1|^2 + |\phi_2|^2 \right) + \frac{1}{2} \left( \kappa - e \left( |\phi_1|^2 - |\phi_2|^2 \right) \right)^2$$
(7)

 $\begin{array}{l} \textbf{Case I: } \langle \phi_1 \rangle = \langle \phi_2 \rangle = 0 \text{ for } m^2 > e \ k \\ \textbf{Case II: } \langle \phi_1 \rangle = 0, \langle \phi_2 \rangle = v_2 \text{ for } m^2 < e \ k \end{array}$ 



unbroken

(日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 (日)

 (日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 </p





#### $\kappa \neq 0$

 $\begin{array}{l} \mathcal{V}_{min} > 0 \Rightarrow {\rm SUSY} \ {\rm broken} \\ {\rm Case \ II:} \ \langle \phi_1 \rangle = 0, \langle \phi_2 \rangle = v_2 \ {\rm for} \ m^2 < e \ k \Rightarrow {\rm Gauge \ Symmetry} \\ {\rm broken} \end{array}$ 

(日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 (日)

 (日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 </p

### Masses (case I):

Boson masses: 2 complex scalar fields with  $m^2 - e \kappa$ ,  $m^2 + e \kappa$  and a massless gauge boson  $A_\mu$ 

Fermion masses: 2 Weyl fermions  $\psi_1, \psi_2$  with equal mass *m* and a massless gaugino  $\lambda$  (the Goldstino)

### A Sum Rule

The SuperTrace of the squared mass eigenvalues vanish

$$STr(m^{2}) \equiv \sum_{j} (-1)^{2s_{j}} (2s_{j} + 1)Tr(m_{j}^{2}) =$$
  
$$Tr(m_{B}^{2}) - 2Tr(m_{F}^{\dagger}m_{F}) + 3Tr(m_{V}^{2}) = 0$$
(8)

Application eq.(8) to FI-model (case I) gives

$$2(m^{2} - e\kappa) + 2(m^{2} + e\kappa) - 2m^{2} - 2m^{2} - 2\cdot0^{2} + 3\cdot0^{2} = 0$$

#### Question 1

For the FI-model above, can you break the U(1) gauge symmetry without breaking supersymmetry (at tree level)?

#### Question 2

Can you construct an  $\mathsf{MSSM}{+}\mathsf{FI}$  ? Discuss possible problems you might encounter.

・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・

### Outline

#### Bibliography

#### Spontaneous SUSY breaking

General considerations Fayet-Iliopoulos (D-term) SUSY breaking

#### O' Raifeartaigh (F-term) SUSY breaking

▲ロト ▲帰ト ▲ヨト ▲ヨト 三回日 のの⊙

Goldstino and Gravitino

#### Mediation of SUSY breaking

Hidden SUSY breaking sector Gravity Mediated SUSY breaking Gauge Mediated SUSY breaking

O'R's (1975) idea is the following: pick up some chiral superfields such that the  $F_i = 0$  equations are not simultaneously satisfied.

Consider the (minimal) superpotential:

$$W = -k \Phi_1 + m \Phi_2 \Phi_3 + \frac{y}{2} \Phi_1 \Phi_3^2$$
(9)

Then the F-terms for the three complex scalar fields are

$$F_{1}^{*} = -\frac{\partial W}{\partial \Phi_{1}} = k - \frac{y}{2}\phi_{3}^{2}$$

$$F_{2}^{*} = -\frac{\partial W}{\partial \Phi_{2}} = -m\phi_{3}$$

$$F_{3}^{*} = -\frac{\partial W}{\partial \Phi_{3}} = -m\phi_{2} - y\phi_{1}\phi_{3}$$
(10)

 $F_i = 0$  cannot be satisfied simultaneously (because of  $k \neq 0$ ) and therefore SUSY is spontaneously broken

The scalar potential is  $\mathcal{V}_{TREE}(\phi, \phi^*) = \sum_{i=1}^{3} |F_i|^2$ 

The minimum happens for  $\langle \phi_2 \rangle = \langle \phi_3 \rangle = 0$  but  $\langle \phi_1 \rangle$  is undetermined (called moduli field): it follows a "flat direction" in a scalar potential  $\Rightarrow V_{TREE\ min} = k^2$ 

However this flat direction is only accidental:  $\langle \phi_1 \rangle$  can be determined by loop corrections (Coleman-Weinberg potential)

$$\mathcal{V}_{eff} = \mathcal{V}_{TREE} + \mathcal{V}_{1-LOOP}$$

Now the global minimum of  $\mathcal{V}_{eff}$  corresponds to

$$\langle \phi_1 \rangle = \langle \phi_2 \rangle = \langle \phi_3 \rangle = 0$$

**Real scalar field masses :**  $0, 0, m^2, m^2, m^2 - yk, m^2 + yk$ **Weyl fermion masses :**  $0, m^2, m^2$ 

The zero scalar mass can be modified at 1-loop:

$$m_{\phi_1}^2 \simeq rac{y^4 k^2}{48 \pi^2 \ m^2} \ ,$$

but the massless fermion  $(\psi_1)$  - the Goldstino - remains massless to all orders in perturbation theory!

(日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 (日)

 (日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 </p

The zero scalar mass can be modified at 1-loop:

$$m_{\phi_1}^2 \simeq rac{y^4 k^2}{48 \pi^2 \ m^2} \ ,$$

but the massless fermion  $(\psi_1)$  - the Goldstino - remains massless to all orders in perturbation theory!

(日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 (日)

 (日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 </p

*R*-symmetry of the model:  $r_{\Phi_1} = r_{\Phi_2} = 2$ ,  $r_{\Phi_3} = 0$ 

The zero scalar mass can be modified at 1-loop:

$$m_{\phi_1}^2 \simeq rac{y^4 k^2}{48 \pi^2 \ m^2} \ ,$$

but the massless fermion  $(\psi_1)$  - the Goldstino - remains massless to all orders in perturbation theory!

*R*-symmetry of the model:  $r_{\Phi_1} = r_{\Phi_2} = 2$ ,  $r_{\Phi_3} = 0$ 

Theorem (Nelson-Seiberg (1993))

If a SUSY theory is broken spontaneously by a non-zero F-term (and the superpotential is generic) then this theory must have an exact R-symmetry

(日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 (日)

 (日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 </p

The zero scalar mass can be modified at 1-loop:

$$m_{\phi_1}^2 \simeq rac{y^4 k^2}{48 \pi^2 \ m^2} \ ,$$

but the massless fermion ( $\psi_1$ ) - the Goldstino - remains massless to all orders in perturbation theory!

*R*-symmetry of the model:  $r_{\Phi_1} = r_{\Phi_2} = 2$ ,  $r_{\Phi_3} = 0$ 

Theorem (Nelson-Seiberg (1993))

If a SUSY theory is broken spontaneously by a non-zero F-term (and the superpotential is generic) then this theory must have an exact R-symmetry

This theorem places phenomenological obstacles : If R is exact then gaugino masses are forbidden If R is spontaneously broken then an R-(pseudo) Goldstone boson exists in the spectrum

This "*R*-problem" may be solved if the SUSY breaking vacuum is metastable.

Add a *R*-violating term, like  $\Delta W = \frac{\epsilon}{2}m\Phi_2^2$ , to the superpotential in eq.(9). Then  $F_i = 0$  equations with

$$F_1^* = -\frac{\partial W}{\partial \Phi_1} = k - \frac{y}{2}\phi_3^2$$
  

$$F_2^* = -\frac{\partial W}{\partial \Phi_2} = -m\phi_3 - \epsilon m\phi_2$$
  

$$F_3^* = -\frac{\partial W}{\partial \Phi_3} = -m\phi_2 - y\phi_1\phi_3$$

can have simultaneous solutions with two(!) SUSY vaccua at

$$\langle \phi_1 \rangle = \frac{m}{\epsilon y} , \quad \langle \phi_2 \rangle = \pm \frac{1}{\epsilon} \sqrt{\frac{2k}{y}} , \quad \langle \phi_3 \rangle = \mp \sqrt{\frac{2k}{y}}$$

However, we know that for  $\epsilon \to 0$  there is a local SUSY-breaking, stable vacuum with  $\langle \phi_1 \rangle = \langle \phi_2 \rangle = \langle \phi_3 \rangle = 0$ .



A small *R*-symmetry breaking converts the local SUSY breaking vacuum into a metastable one.

*R*-symmetry is broken but we live in a metastable vacuum! = 300

For this model, the scale of spontaneous SUSY breaking is

$$\sqrt{\langle F_1 
angle} \sim \sqrt{k} \ll M_{PL}$$

in order to get right MSSM masses. The question is: how this scale appears to be so smaller than the Planck scale?

Dimensional transmutation:

$$\Lambda \sim e^{-8\pi^2/|b|g_0^2}$$

・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・

where  $g_0 = g(M_{PL})$  and b the  $\beta$ -function coefficient of the asymptotically-free gauge coupling, g.

For this model, the scale of spontaneous SUSY breaking is

$$\sqrt{\langle F_1 
angle} \sim \sqrt{k} \ll M_{PL}$$

in order to get right MSSM masses. The question is: how this scale appears to be so smaller than the Planck scale?

Dimensional transmutation:

$$\Lambda \sim e^{-8\pi^2/|b|g_0^2}$$

where  $g_0 = g(M_{PL})$  and b the  $\beta$ -function coefficient of the asymptotically-free gauge coupling, g.

In the end, it all boils down to finding how the VEV of F couples to the MSSM fields, no matter how difficult and complicated the picture of SUSY breaking is!

### Outline

#### Bibliography

#### Spontaneous SUSY breaking

General considerations Fayet-Iliopoulos (D-term) SUSY breaking O' Raifeartaigh (F-term) SUSY breaking Goldstino and Gravitino

▲ロト ▲帰ト ▲ヨト ▲ヨト 三回日 のの⊙

#### Mediation of SUSY breaking

Hidden SUSY breaking sector Gravity Mediated SUSY breaking Gauge Mediated SUSY breaking

### Goldstino and Gravitino

In both F- and D- SUSY breaking there is a massless neutral Weyl fermion, called Goldstino, as a result of spontaneous SUSY symmetry breaking. This is because the broken generators of SUSY,  $Q_{\alpha}$ , are fermionic in nature.

**Question:** Where is the Goldstino ?

Well, easy answer in words! Make SUSY transformations local (i.e., supergravity) and the Goldstino will be absorbed by the spin-3/2 particle,  $\psi^{\alpha}_{\mu}$ , component of the gravity supermultiplet. As a result of this mechanism, called super-Higgs mechanism, we obtain a massive, s = 3/2, gravitino particle with mass  $m_{3/2}$  !

For more details on supergravity, see lectures by G. Ross

### Outline

#### Bibliography

#### Spontaneous SUSY breaking

General considerations Fayet-Iliopoulos (D-term) SUSY breaking O' Raifeartaigh (F-term) SUSY breaking Goldstino and Gravitino

▲ロト ▲帰ト ▲ヨト ▲ヨト 三回日 のの⊙

#### Mediation of SUSY breaking Hidden SUSY breaking sector

Gravity Mediated SUSY breaking Gauge Mediated SUSY breaking

### Hidden SUSY breaking sector

It is difficult to construct **directly** a spontaneously broken SUSY model where all fields are observables. Such a model would have problems with:

▲ロト ▲帰ト ▲ヨト ▲ヨト 三回日 のの⊙

- 1. gaugino masses
- 2. mass sum rule
- 3. hard flavour changing phenomena

## Hidden SUSY breaking sector

It is difficult to construct **directly** a spontaneously broken SUSY model where all fields are observables. Such a model would have problems with:

- 1. gaugino masses
- 2. mass sum rule
- 3. hard flavour changing phenomena

Perhaps soft SUSY-breaking masses arise indirectly or radiatively



▲ロト ▲冊ト ▲ヨト ▲ヨト 三回日 ろんで

# Hidden SUSY breaking sector

It is difficult to construct **directly** a spontaneously broken SUSY model where all fields are observables. Such a model would have problems with:

- 1. gaugino masses
- 2. mass sum rule
- 3. hard flavour changing phenomena

Perhaps soft SUSY-breaking masses arise indirectly or radiatively



In this picture

- gaugino masses may arise
- mass sum rule need not hold
- FCNC may be avoided if mediators are Flavour blind

▲ ∃ ► ∃ = < < <</p>

### Outline

#### Bibliography

#### Spontaneous SUSY breaking

General considerations Fayet-Iliopoulos (D-term) SUSY breaking O' Raifeartaigh (F-term) SUSY breaking Goldstino and Gravitino

▲ロト ▲帰ト ▲ヨト ▲ヨト 三回日 のの⊙

#### Mediation of SUSY breaking Hidden SUSY breaking sector Gravity Mediated SUSY breaking Gauge Mediated SUSY breaking
SUSY is broken in a hidden sector by a v.e.v  $F_X \equiv \langle F_X \rangle$  of an F-term of the superfield X and transmitted to observable sector with (Planck scale) gravitational interactions.

Soft breaking masses:

$$m_{
m soft} \sim rac{F_X}{M_P}$$

For  $m_{
m soft} = 100-1000$  GeV  $\Rightarrow \sqrt{F_X} \simeq 10^{10}-10^{11}$  GeV

Gravitino mass:

$$m_{3/2} \sim \frac{F_X}{M_P}$$

 $m_{3/2}$  is of the order of  $m_{soft}$ . This can cause cosmological problems depending on its exact mass i.e., being the LSP or not (see lectures by A. Mazumdar in this school)

Lets describe the supergravity effects by an effective field theory far away from the Planck scale  $(M_P)$ , using the non-renormalizable Lagrangian of eq.(38,Lec-II) with

$$W = W_{\text{MSSM}} - \frac{1}{M_P} \left( \frac{1}{3!} y^{Xijk} X \Phi_i \Phi_j \Phi_k + \frac{1}{2!} \mu^{Xij} X \Phi_i \Phi_j \right) + \dots$$
$$K = \Phi^{*i} \Phi_i - \frac{1}{M_P^2} k_i^j X^* X \Phi^{*i} \Phi_j + \dots$$
$$f_{ab} = \frac{\delta_{ab}}{g_a^2} \left( 1 - \frac{2}{M_P} f_a X + \dots \right)$$
(11)

We now assume that  $F_X \neq 0$  by some O' Raifeartaigh model,

$$X \to heta heta F_X$$
,  $X^* \to heta^\dagger heta^\dagger F_X^*$ .

Then, in terms of component fields, it is easy to see (after integrating out the  $F_i$ s)

$$\mathcal{L}_{\text{soft}} = -\frac{F_X}{2M_P} f_a \lambda^a \lambda^a - \frac{F_x}{6M_P} y^{Xijk} \phi_i \phi_j \phi_k - \frac{F_X}{2M_P} \mu^{Xij} \phi_i \phi_j$$
$$- \frac{|F_X|^2}{M_P^2} k_i^j \phi^{*i} \phi_j \qquad (12)$$

Then, in terms of component fields, it is easy to see (after integrating out the  $F_i$ s)

$$\mathcal{L}_{\text{soft}} = -\frac{F_X}{2M_P} f_a \lambda^a \lambda^a - \frac{F_x}{6M_P} y^{Xijk} \phi_i \phi_j \phi_k - \frac{F_X}{2M_P} \mu^{Xij} \phi_i \phi_j$$
$$- \frac{|F_X|^2}{M_P^2} k_i^j \phi^{*i} \phi_j \qquad (12)$$

• A non-holomorphic term,  $\frac{|F_X|^2}{M_P^3} x_i^{jk} \phi^{*i} \phi_j \phi_k + c.c$ , appears at higher orders in  $1/M_P$  expansion and therefore negligible in sugra

・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・

Compare now with  $\mathcal{L}_{\rm soft}^{\rm MSSM}$  (eq.2, Lec. III) to find the soft breaking terms!

$$M_a = \frac{F_X}{M_P} f_a , \qquad (13)$$

$$a^{ijk} = \frac{F_X}{M_P} y^{Xijk} , \qquad (14)$$

$$b^{ij} = \frac{F_X}{M_P} \mu^{Xij} , \qquad (15)$$

$$(m^2)_i^j = \frac{|F_X|^2}{M_P^2} k_i^j$$
 (16)

The flavour blindness is an assumption that has to be set in by hand in eqs. (13-16). Usually, we assume universal soft breaking masses at a high scale ( $M_P$  or  $M_{GUT}$ )

#### Exercise: More general Kahler potential

Add the following contribution to the Kahler potential in eq.(11)

$$(n_i^j X + \bar{n}_i^j X^*) \Phi^{*i} \Phi_j$$
.

・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・
 ・

Show that this term (which breaks R-symmetry in general) contributes a piece into the r.h.s of eqs.(14-16). Can you get a non-holomorphic breaking term now?

One may obtain particular relationships among the soft breaking parameters when working directly in supergravity theory. For example:

"dilaton dominated model" :  $m_0^2 = m_{3/2}^2$ ,  $m_{1/2} = -A_0 = \sqrt{3}m_{3/2}$ "no-scale" :  $m_{1/2} \gg m_0, A_0, m_{3/2}$ 

#### Outline

#### Bibliography

#### Spontaneous SUSY breaking

General considerations Fayet-Iliopoulos (D-term) SUSY breaking O' Raifeartaigh (F-term) SUSY breaking Goldstino and Gravitino

▲ロト ▲帰ト ▲ヨト ▲ヨト 三回日 のの⊙

#### Mediation of SUSY breaking

Hidden SUSY breaking sector Gravity Mediated SUSY breaking Gauge Mediated SUSY breaking

SUSY is broken in a hidden sector by a v.e.v  $F_X \equiv \langle F_X \rangle$  of an F-term of a superfield X and transmitted to observable sector by messenger fields who feel gauge interactions shared with MSSM fields.

Soft breaking masses:

$$m_{
m soft} \sim \left(rac{lpha}{4\pi}
ight) rac{F_X}{M_{
m mess}}$$

For  $\sqrt{F_X}\sim M_{\rm mess}\approx 10^{4-5}~{\rm GeV}$  we could obtain  $m_{\rm soft}=10^{2-3}~{\rm GeV}$ 

Gravitino mass:

$$m_{3/2} \sim \frac{F_X}{M_P}$$

 $m_{3/2}$  can be as small as 1 eV - 1 KeV, certainly is the LSP. This fact triggers exciting new possibilities for cosmology and collider physics (see lectures by R. Godbole and A. Mazumdar)

Contrary to gravity mediated SUSY breaking, we can describe gauge mediated SUSY breaking (GMSB) by only a renormalizable Lagrangian of messenger fields that have  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  quantum numbers. Here is an example.

Consider the following vector like multiplets of "quarks+leptons"

These "messenger" fields must be heavy. Messengers interact with a gauge singlet superfield S through the superpotential

$$W_{\rm mess} = y_q \, S \, q\bar{q} + y_\ell \, S \, \ell\bar{\ell} \tag{17}$$

O'Raifeartaigh or Dynamical mechanisms set  $S = \langle S \rangle + \theta \theta \langle F_S \rangle$ arise from a  $W_{\text{breaking}}$ 

Under reasonable assumptions, at the minimum of the potential we may have

$$\langle S \rangle \neq 0 , \qquad \langle \frac{\partial W_{\text{mess}}}{\partial S} \rangle = 0, \qquad \langle \frac{\partial W_{\text{breaking}}}{\partial S} \rangle = -F_S^*$$

SUSY is broken and the spectrum is

$$\begin{array}{lll} \ell, \bar{\ell} : & m_F^2 &= & |y_\ell \langle S \rangle|^2 , & m_S^2 = |y_\ell \langle S \rangle|^2 \pm |y_\ell \langle F_S \rangle| \\ q, \bar{q} : & m_F^2 &= & |y_q \langle S \rangle|^2 , & m_S^2 = |y_{ql} \langle S \rangle|^2 \pm |y_q \langle F_S \rangle| \end{array}$$

This mismatch between  $m_F$  and  $m_B$  is then transmitted to the observable sector radiatively at 1- and 2-loops



1-loop contributions to gaugino masses in GMSB scenario. Only messenger particles circulate the loop. It gives

$$M_a = \frac{\alpha_a}{4\pi}\Lambda, \qquad \Lambda \equiv \frac{\langle F_S \rangle}{\langle S \rangle}$$
 (18)

▲ロト ▲冊ト ▲ヨト ▲ヨト 三回日 ろんで

Scalar masses arise at 2-loop level e.g.,



Scalar masses are diagonal in flavour space! FCNC problem solved.

The trilinear couplings  $a_{u,d,e}$  as well as the *b*-term arise at 2-loop level, too. They are suppressed relative to gaugino masses and therefore

$$a_{ar{u},ar{d},ar{e}}(Q)pprox 0, \ \ b(Q)pprox 0 \ , \ \ \ {
m at} \ \ \ Q=M_{
m mess}$$

Non-zero values are obtained from RGEs down to  $M_Z$ . However,

$$a_{\bar{u},\bar{d},\bar{e}}(M_Z) \propto y_{\bar{u},\bar{d},\bar{e}}$$

A nice alignment has been achieved. The only FCNC observable effects arise from the CKM matrix, i.e. Minimal Flavour Violation

# 1. We learned how to break supersymmetry spontaneously: F- and D- breaking

- 1. We learned how to break supersymmetry spontaneously: F- and D-breaking
- 2. Goldstino is the massless particle a result of spontaneous breaking a continuous (Super)Symmetry. It is "eaten" by the s=3/2 gravitino and the latter becomes massive

- 1. We learned how to break supersymmetry spontaneously: F- and D-breaking
- 2. Goldstino is the massless particle a result of spontaneous breaking a continuous (Super)Symmetry. It is "eaten" by the s=3/2 gravitino and the latter becomes massive
- 3. There are phenomenological problems in building directly a spontaneously broken SUSY model

- 1. We learned how to break supersymmetry spontaneously: F- and D-breaking
- 2. Goldstino is the massless particle a result of spontaneous breaking a continuous (Super)Symmetry. It is "eaten" by the s=3/2 gravitino and the latter becomes massive
- 3. There are phenomenological problems in building directly a spontaneously broken SUSY model

(日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 (日)

 (日)
 (日)

 (日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

4. Hidden sector SUSY breaking allows for realistic models

- 1. We learned how to break supersymmetry spontaneously: F- and D-breaking
- 2. Goldstino is the massless particle a result of spontaneous breaking a continuous (Super)Symmetry. It is "eaten" by the s=3/2 gravitino and the latter becomes massive
- 3. There are phenomenological problems in building directly a spontaneously broken SUSY model
- 4. Hidden sector SUSY breaking allows for realistic models
- 5. There are two competing models: gravity (mSUGRA, dilaton dominated, Polonyi, no-scale, etc) and gauge (GMSB= $q + \ell$ , SU(5), SO(10),...) mediated SUSY breaking

- 1. We learned how to break supersymmetry spontaneously: F- and D-breaking
- 2. Goldstino is the massless particle a result of spontaneous breaking a continuous (Super)Symmetry. It is "eaten" by the s=3/2 gravitino and the latter becomes massive
- 3. There are phenomenological problems in building directly a spontaneously broken SUSY model
- 4. Hidden sector SUSY breaking allows for realistic models
- 5. There are two competing models: gravity (mSUGRA, dilaton dominated, Polonyi, no-scale, etc) and gauge (GMSB= $q + \ell$ , SU(5), SO(10),...) mediated SUSY breaking

Supersymmetry is a fundamental theory that has a tremendous impact on science ranging from abstract maths to collider physics and from particle magnetic moments to dark matter and cosmology

# For Further Reading I



"R symmetry breaking versus supersymmetry breaking," Nucl. Phys. B **416**, 46 (1994) [hep-ph/9309299].

(日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)
 (日)

 (日)
 (日)

 (日)
 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 (日)

 K. A. Intriligator, N. Seiberg and D. Shih, "Dynamical SUSY breaking in meta-stable vacua," JHEP 0604, 021 (2006) [hep-th/0602239].

# For Further Reading II

- A. H. Chamseddine, R. L. Arnowitt and P. Nath, "Locally Supersymmetric Grand Unification," Phys. Rev. Lett. **49**, 970 (1982).
- R. Barbieri, S. Ferrara and C. A. Savoy, "Gauge Models with Spontaneously Broken Local Supersymmetry," Phys. Lett. B 119, 343 (1982).
- J. R. Ellis, D. V. Nanopoulos and K. Tamvakis, "Grand Unification in Simple Supergravity," Phys. Lett. B 121, 123 (1983).
  - M. Dine and W. Fischler,

"A Phenomenological Model of Particle Physics Based on Supersymmetry," Phys. Lett. B **110**, 227 (1982).

# For Further Reading III

 L. Alvarez-Gaume, M. Claudson and M. B. Wise, "Low-Energy Supersymmetry," Nucl. Phys. B 207, 96 (1982).

 M. Dine, A. E. Nelson, Y. Nir and Y. Shirman, "New tools for low-energy dynamical supersymmetry breaking,"
 Phys. Rev. D 53, 2658 (1996) [hep-ph/9507378].

#### S. P. Martin,

"Generalized messengers of supersymmetry breaking and the sparticle mass spectrum,"

```
Phys. Rev. D 55, 3177 (1997) [hep-ph/9608224].
```